

## Bevezető – a Logo jellemzői

Az öntevékenységre alapozó, kísérletező, igen szemléletes programozás-tanulásnak szórakoztató, hatékony eszköze: a Logo programnyelv.

Pólya György [1] ezt írta *A gondolkodás iskolája* című művében:

Fontosabb a gondolkodási készség, mint a tárgyi tudás, ezért a tanításban is az a fontosabb, ahogyan, nem pedig az, amit tanítunk.

A tanárinformatika egyik lényegi eleme a Logo-pedagógia, amelyet Papert [2] munkássága jellemez.

A Logónak több száz nyelvjárását alakították ki. Ebben a könyvben a következőket használjuk: MicroWorlds (annak az Ex változatát) [3], Comlogo és Imagine [4], Elica [5], LogoWriter [6]. A programkód írásakor alkalmazott betűtípus jelzi, hogy az melyik nyelvjáráshoz készült:

MicroWorlds:	Courier New
Comlogo / Imagine:	Arial
<b>LogoWriter:</b>	<b>Times New Roman Bold</b>
Elica:	Bookman Old Style
Formális Logo:	Comic Sans

A könyv példáinak többsége a [www.mwlogo.fw.hu](http://www.mwlogo.fw.hu) honlapon [7] is megtalálható.

A színes (nyomtatott verzióban a szürke árnyalataiban megjelenő) ábrák a kiadó honlapján [www.szak.hu/Logokepek.zip](http://www.szak.hu/Logokepek.zip) tekinthetők meg.

Edwin Abbott Abbott *Síkfold* című könyve életem egyik legmáramandóbb olvasmánya. Talán nem is a történet, a tartalom emlékezetes számomra, hanem a könyv által bennem kiváltott gondolatokat kísérő érzések megrázó volta. Abe Kóbo *A negyedik jégkorszak* vagy Stanisław Lem *Magellán-felhő* című sci-fijeiben sem a cselekmény felejthetetlen, hanem a képzelt mikrovilág logikai hátterének, a szellemi kalandnak a hatása.

Az Abbott-mű és az ehhez hasonló könyvek olvasásakor lenyűgözött a bemutatott mikrovilág „gömbölyűsége”, a mondanivaló komplexitása, a képzelt rendszer hordozta idea. Ezek a mesevilágok a valósággal való párhuzamaik révén ismereteim mobilizálását, „tudományos érzelmeket” és „aha” élményeket váltottak ki. A *Síkföld* például azt a megállapítást szilárdította meg bennem, hogy Isten léteiben hinni nem ellenkezik a tudománnyal. Sőt a tudomány (az emberi tapasztalatokból levont következtetés) segít igazolni a hitet.

Síkföld lakói két dimenzióban élnek. Világukban csak vonalak és síkidomok léteznek. A férfiak sokszögek, a katonák háromszögek, a nők egyenes szakaszok. Minél műveltebb egy férfi, annál több a szögeinek száma, annál többoldalú, azaz annál több oldala van. A legképzettebbek a tudósok és a papok, az ő megjelenési formájuk a kör. Síkföld lakói számára Isten az elképzelhető legtökéletesebb, legszabályosabb, más világban, három dimenzióban létező valami, valaki, a „Gömb”. De hát hogyan is volna a síkföldiek számára harmadik dimenzió, hogyan létezne a világukon kívüli másik világ, ki tudná felfogni a „Gömböt”, és hát főként: „Ugyan, ki látta már Istent?” Azt mondják Síkföld bölcsei: Isten valóban nem látható, de megtapasztalható. Amikor például a Gömb áthalad Síkföldön, megjelenik valahol egy pont, majd körülötte, mint középpont körül egyre nagyobb méretű körök keletkeznek, a kör növekedése egyszer véget ér, majd a mérete csökkenni kezd, végül ponttá zsugorodik, és eltűnik. „Te egyszerre csupán egyetlen metszetet vagy körömet láthatod, mert képtelen vagy felemelni szemedet Síkföld síkjáról, de azt legalább láthatod, hogy amint felemelkedem a térbe, metszeteim egyre kisebbek lesznek. Nézd, most fel fogok emelkedni, és szemedben ennek az lesz a hatása, hogy köröm egyre kisebb és kisebb lesz, míg egy ponttá nem csökken, és végül eltűnik.” Isten áthaladt Síkföldön. A kétdimenziós világban nem látták a Gömböt, de érzékelték.

A sci-fi (annak művészi változata) fejleszti a fantáziát, a gondolkodást. A gondolkodás segítésére, a hipotézisek gyártására hasonlóan erőteljes

hatással van a Logo programnyelv. A Logo programnyelvet a kisgyermek-  
ek oktatásában igen értékesnek találtam. A Logo egy univerzális, a já-  
tékokkal szembeni pszichológiai igényeket mintaszerűen kielégítő játék.  
Egy olyan eszköz, amely a gyermekek számára a játszást és a tanulást szin-  
te megkülönböztethetlenné teszi. Játék, amely egyszerű, vagy időnként  
egyszerűnek tűnik. Sokszor elővehető, használata során újabb és újabb  
lehetőségeket találunk. Olyan játékeszköz, amelyet azért nem lehet meg-  
unni, mert mindig másképpen játszunk vele, ugyanakkor minden korábbi  
tapasztalatunk felhasználható, ötleteinket egyre magasabb szinten való-  
síthatjuk meg a használatakor.

A Logo főszereplője a teknőc. A teknőc egy tollat (ceruzát, ecsetet) ci-  
pel magával. Ezt, ha arra a lapra szorítja, amelyen halad, mozgásával vona-  
lat tud húzni, haladásának nyomvonalát láthatóvá válik. Ez a képzeletbeli  
vagy a képernyőre rajzolt, még jobb esetben valóságos, három dimenzió-  
ban létező, tapintható kibernetikus „lény” (padlóteknőc) nemcsak a kis-  
gyermek, hanem a programozással ismerkedő diákok, felnőttek számá-  
ra is kiváló gondolkodási fogódzó. A teknőc helyére képzelve magunkat,  
a szintonicitás, a beleélés segít a helyes mozgáselemek megválasztásá-  
ban és azok megfelelő sorrendjének kialakításában. A teknőcgeometria  
– amelyet a Logo programnyelv alkalmazott először, amely a Logo meg-  
határozó jellemzője, és amelynek első mesterei Abelson és diSessa voltak  
[8] – eközben korántsem csak a geometriai ismereteket fejleszti, hanem  
igen hatékonyan több kognitív (gondolati) képességet, például az algorit-  
mizáló készséget.

A Logo programnyelv, a Logo-pedagógia további tulajdonságait né-  
hány blikkfangos szókapcsolattal jellemeztem, ezek a következők:

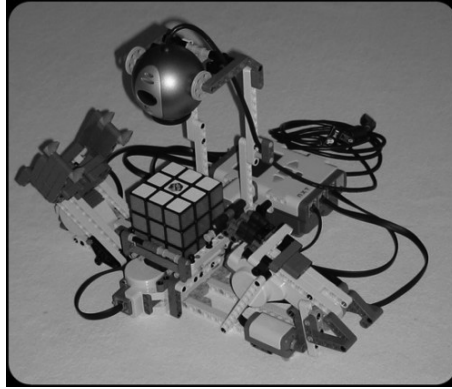
- „Rubik-hatás”
- LEGO-szerűség
- „Keresztbe fektetett dominó” elv
- A programnyelvek eszperantója
- Matfóbia-prevenció (megelőzés)

- Szintonicitás
- Intrinsic (a belső, lényegi) tulajdonságok kiemelése
- Objektumorientált
- Gondolkodási mód
- Az iteráció is teljes értékű megoldás!
- Miért éppen a Logo legyen az általánosan tanított programnyelv?

Vegyük ezeket sorra.

### **„Rubik-hatás”**

„Lehet, hogy egy feladat, amelyen gondolkozol, egyszerű, de ha felkelti az érdeklődésedet, mozgósítja találerőnyságodat, és végül, ha sikerül önállóan megoldanod, átéled a felfedezés izgalmát és diadalát” – írja Pólya György *A gondolkodás iskolája* című könyvének [1] előszavában. A teknőccel való rajzoltatás (vagy más Logo-munka) a Rubik-kockához hasonlóan vonzó, könnyen átlátható, egyszerűnek tűnő, de rengeteg megvalósítási variációt lehetővé tevő, térszemléletet, kreativitást, igen fegyelmezett, kitartó végrehajtást kívánó kihívás. Az alkotás élménye, a felfedezés diadala már a Logóval való ismerkedés első perceitől élvezhető. Már a Logo nyelv két alapparancsával – **menj előre valamennyit, fordulj jobbra valamennyi fokot** – a kísérletező gyermek vagy felnőtt önálló alkotómunkába kezdhet. A megfelelő algoritmus megvalósításával bármelyik síkbeli alakzat megrajzolható. A munka eredménye vagy sikertelensége az alkotás során folyamatosan, minden művelet végrehajtásakor azonnal látható. A Logo interaktivitása kiemelkedő, így próbálgatásaink bőséges lehetőséget adnak a kísérletezésre, a téves gondolatok elvetésére, a javítás lehetőségére, a pozitív tapasztalatok gyűjtésére, a heurisztikus tanulásra. Sokszor tapasztalhattuk, hogy a gyermekek többsége vagy a számítástechnikától akár ódzkodó felnőttek, sőt az informatikától elidegenített diákok is, a teknőcgeometria elemeinek birtokában önálló, számukra élvezetes alkotásba, tanulásba kezdenek.



**B.1. ábra.** *Rubik-kockát helyre forgató robot LEGO-ból*

## Legőszerűség

A gondolkodás, az alkotás eredményének vizuális megjelenítése, a könnyű áttekinthetőség mellett a Logo azért is hasonlít a legó játékhoz, mert mindkettő korszerű technikatudományi elveket hordoz. Mindkettő a rendszerszemlélet, a tudományos gondolkodás, a modul- vagy szekrényelv használatát helyezi előtérbe, ezek használatát kívánja meg és fejleszti. A legóépítmények összerakása vagy a teknőcgrafikával készülő rajzelemből összetettebb alakzat konstruálása – próbálgatással, hipotézisek felállításával, azok kipróbálása után, azok alkalmazásával vagy elvetésével, a tapasztalt eredmények interiorizációjával (belsővé tételével), a tanulási tempó egyéni megválasztásával, folytonos visszacsatolásokkal, autonóm vezérléssel – játékosan, szórakozva történik.

Amint a LEGO- (LEGO Technic vagy LEGO Dacta) készletekből az eredeti technikai konstrukcióhoz, a modellezetthez nemcsak alakilag hasonló modelleket (amely a gondolkodásfejlesztés szempontjából csak szerényebb értékű) lehet megépíteni, de működő, sőt „teljes értékű” konstrukciókat, ehhez hasonlóan a Logo is nemcsak a „hülyék által is kezelhető”, de teljes értékű programnyelv. Amint a Mindstorm legókészlet

a technika egyes részleteinek tanítására sok szempontból a legjobb modellezőeszköz, ugyanúgy a Logo jó néhány matematikai és programozói ismeret tanítására a legmegfelelőbb programnyelv. Törtely Éva így vélekedik:

Ahhoz, hogy valamiről igazán véleményt tudjunk mondani, egy időre kicsit el kell távolodnunk tőle. Ha elkezdünk egy másik programnyelvet tanulni, és onnan tekintünk vissza a LogoWriterre, elmondható, hogy nincs igazuk azoknak, akik a Logo hallatán legyintenek, hogy az csak gyerekeknek való.

### **„Keresztbe fektetett dominó” elv**

Ha dominókból építménysort készítünk, hogy az első meglökésével az összes eldőljön, és ebben a sorban valahol hiba van, a dőlés folyamata megszakad. (A jó konstrukcióban pedig a véletlenül indított folyamat nem kívánt módon, idő előtt végigfut.) Ki ne tudná, hogy a készülő építményrendszert szakaszolni kell, célszerű részekre bontani egy-egy keresztbe rakott dominóval. „Oszd a problémát részekre!” – tanácsolja Pólya is. A szakaszokat külön-külön érdemes megalkotni, kipróbálni, majd ha beválik, utolsó műveletként, a keresztbe tett dominók felállításával összefűzni a részrendszereket. „Felbontás és összerakás fontos szellemi műveletek” – írja Pólya. Hosszú programot hibátlanul megírni ember nem képes. Harminc-negyven sornál hosszabb lineáris program áttekintése nehéz. A Logoval néhány soros eljárásokat írunk, amelyek önmagukban kipróbálhatók. Négy-öt sornál hosszabb Logo-eljárás általában már nem is lehet jó. (Nem elegáns, nem Logo-szerű, rendszerint egyszerűbben is megfogalmazható). Kipróbált, kifejlesztett csoportokból, részrendszerekből, eljárásokból rakhatjuk össze a bonyolultabb rendszert, az összetettebb programot. Előre gyártott elemekből, „legótéglákból” építkezhetünk. A gyerekek számára – akiknek az áttekintőképessége szükségszerűen még kisebb – ez különösen fontos.

## **A programnyelvek eszperantója**

A Talento magániskolában a diákok első osztályban kezdtek el eszperantóul tanulni. Az év végi franciaországi osztálykiránduláson már tudtak kommunikálni a hasonló, innovatív iskolába járó francia gyerekekkel. Az eszperantó mint világnyelv bájos, naiv idea, ám mint első próbálkozás az anyanyelvi gátlás legyőzésére, mint az idegen nyelvek tanulásának első állomása, vitathatatlanul értékes játék.

A különféle szempontok szerint nyilván más és más programnyelv kerül a különféle rangsorok élére. A Logo érdeme az, hogy egyike a legkönnyebben elsajátítható programnyelveknek, és az egyik leghamarabb sikerélményeket nyújtó programozási eszköz. Viszonylag gyors hasznosíthatóságával hasonlít az eszperantóra. Javaslatom szerint a Logo programnyelv legyen az általános programozói anyanyelv, olyan ismeret, amelyet célszerű bizonyos mértékig minden diáknak elsajátítani. Programozni, értsd a számítástechnikai piac számára programokat alkotni, csak nagyon kevés embernek kell megtanulnia, és bár a Logo számukra is alkalmazható, sokkal inkább arra érdemes, hogy segítségével játékosan ismerkedjünk meg a programozás elemeivel, programozói készségeket, jó szokásokat fejlesszünk. A programozói készségre pedig korunkban (az egyre többféle információtechnikai eszközök kezeléséhez) mindenkinek szüksége van. Ezt sok pedagógus felismerte, és ezért is terjedt el hazánkban (is) kellő mértékben a Logo.

## **Matfóbia-prevenció (megelőzés)**

Van a Logónak a pedagógia, az emberfők kiművelése szempontjából a programozói készségek alakításán túl talán még jelentősebb értéke, nevezetesen: az intenzív gondolkodásfejlesztő hatása. Ebben erősen hasonlít a matematikára. Tézisem szerint a matematikai képzés-nevelés áldásainak többségét a Logo-pedagógia keretében alkalmazott Logo nyelv egészen

korai életkorban élvezetesebben, hatékonyabban és biztosabban eredményezi. Németh Zoltán győri tanító mondta például:

Amit az ötödikeseknek nem tudok a matematikaórán elmagyarázni, azt megértik a harmadikosaim a Logo-órán.

A matfóbiát – Papert nyomán – nemcsak a matematikától való ódzkodásként, hanem minden nehéznek tűnő ismeret megtanulásától való félelemként értelmezzük. A matematikát szeretem és tisztetem. Azért, hogy nehogy félreértsenek, a nálam jobban fogalmazó mestert, Papertet hívom segítségül. Idézet az *Észrengésből*:

A „matekfóbia” szó számomra két asszociációt hordoz. Az egyik a széles körű rettegés a matematikától, ami gyakran egy valóságos fóbia intenzitását éri el. A másik a matematika szó eredetével kapcsolatos, mely a görög „matéma” szóból származik, és amelynek görög jelentése: tudomány. Kultúránk a tanulástól való félelemmel éppúgy (ha nem is annyira szembeszökően) meg van fertőzve, mint a matematikától való rettegéssel. A gyermekek mohó és tehetséges tanulóként kezdik életüket. Meg kell tanulniuk, hogy általában a tanulás és különösképpen a matematika problémát jelent. A „math” szótó mindkét jelentésében a mathofilia mathofóbiává vált át, a matematika és a tanulás szerelméből pedig olyan ember lesz, aki mindkettőtől retteg. Megvizsgáljuk majd, hogyan játszódik le ez a váltás, és megpróbálunk kitálatni valamit, hogyan játszhatjuk ki a számítógépet ezzel szemben.

A kijátszás: a Logo-pedagógia. A számítógép már önmagában is – minden eddigi eszköznél jelentősebb motiváló hatásával – segít a tanulást elviselhetővé tenni. A Logo programnyelv pedig sok területen a matfóbia prevenciójának kiváló eszköze.

A matematika tantárgy nem megfelelő tanítása nem az egyetlen, ám a legekleatásabb példája annak, hogyan alakulhat ki a diákokban a matfóbia. Bármelyik tantárgynál – a kimondottan örömtantárgyként induló informatikánál is – kialakulhat az ellenérzés, bár a gyermekek számítógéphez viszonyuló „szerelmi kapcsolata” (Papert nyomán nevezzük



így a számítógépes generáció kapcsolatát a géppel) jóvoltából az informatikafóbia meglehetősen ritka.

A tantárgyfóbia megelőzési módja az egyes tantárgyak megszerettetése. Ezt a megkedveltetést fontosabbnak tartjuk, mint magát a tanítást. A tanulásnak előfeltétele az érdeklődés. Nem felejtjük el, sőt kiemeljük a pedagógus szerepének jelentőségét a tanulás folyamatában, mégis hangsúlyozzuk, hogy a tanulás végső soron individuális tevékenység, önálló munka, amelyet a tanulónak kell elvégeznie. Papert is az önálló próbálkozásokkal végzett tanulást részesíti előnyben, a konstruktív tanulást helyezi előtérbe, csupán a megfelelő környezet megteremtését várja a tanártól. Hasonlóan gondolkodik Zsolnai is, a pedagógia kiváló magyar tudósa:

Valóságosan pedig tudjuk, hogy csak az számít, amit önmagunk, önállóan tanulunk meg. Csak azt tudjuk hasznosítani. (Persze ez a felfogás nem jelenti azt, hogy a segítő, beavatkozó, megvilágító, „fölvilágosító” tanítói, tanári szónak nincs jelentősége abban, hogy a tanuló valamit megért. De ez nem több mint motiváció, mint arra való „biztatás”, hogy te magad, aki valamit meg akarsz tanulni, csak úgy tudod birtokba venni a megtanulandót, ha önállóan oldasz meg feladatokat, gondolsz végig problémákat.) [9]

Ísmét a matematikai tananyaggal példázva idézem Papertet:

Az elektronikus számológépek megjelenése előtt gyakorlati társadalmi igény volt, hogy minél több ember legyen „programozva” olyan műveletek, mint például többjegyű számok osztásának gyors és pontos elvégzésére.

Gyakori vita: mennyire is kell tudni az egyszeregyet. Tanítsuk! Azt viszont ne feledjük, hogy amíg számomra a középiskolában még tananyag volt a gyökvonás elvégzése papír-ceruza módszerrel, ma már – helyesen – nem az.

A hasznosság azonban az iskolai mateknak csupán az egyik oka volt

– folytathatjuk az idézeteket az *Észrengés* című könyvből:

...túlnyomórészt az határozta meg, hogy a matematikából mi kerüljön be az iskolai anyagba, hogy mit lehetett elvégezni az iskolai osztályokban a papír-ceruza primitív technológiájával. Például papírral és ceruzával lehet gráfokat rajzolni. Tehát eldöntötték, hogy a gyerekek rajzoljanak sok-sok gráfot.” „...minden tanult ember halványan emlékszik arra, hogy az  $y = x^2$  képe egy parabola. És – noha a szülők többségének nem sok ötlete van arra vonatkozóan, hogy miért is kellene ezt bárkinek tudni – ha gyermekeik véletlenül nem tudják, fel vannak háborodva.

Nos, én érteni vélem Papertet, számomra nem azt mondja, hogy a függvény szemlélet alakításához ne volna hasznos rengeteg függvénygörbe elemzése, jó néhány gráf megszerkesztése. Ám ez a munka, ez a tapasztalatgyűjtés gépesíthető, hatékonyabbá tehető a számítógéppel. A parabola is például élvezetesebben, pontosabban rajzolható számítógéppel, és véleményem szerint ez teknőcgeometriával nemcsak matfóbia-megelőző, de – amint a későbbiekben láthatjuk – a parabola megismerését (intrinsic tulajdonságok feltárásával) jobban is szolgálja. Azzal pedig valószínűleg Papert is egyetért, hogy az alapképzésnél többre jutó ember számára a parabola képlete a parabola tulajdonságainak megismeréséhez, a parabolafelületek készítéséhez vagy a készítés technológiájához jelentősen hozzájárul. A parabolatükörről már az értelmesebb általános iskolás is tudja (persze lehet, hogy nem Amerikában), hogy a sugarakat (fény, műsorhordozó hullámok stb.) a fókuszába gyűjti, illetve az onnan indulókat párhuzamos nyalábként reflektálja, így temérdek helyen használjuk (optika, világítástechnika, híradástechnika, napkohó stb.).

A teknőcök mozgásainak szuperponálásával kitágul a megrajzolható (megérthető) matematikai alakzatok köre. Logózó gimnáziumi diákjaim számára a parabola ismeretének is még több értelme van, és a parabola, sőt a Lissajous-görbe vagy a trochoid sem rejtélyesebb, mint a kör.

(Könyvem írásakor idáig érve jutott eszembe, még nem kutattam fel a parabola igazi teknőcgeometriai algoritmusát. Meg kell keresnem, ha már Papert ezt a példát hozta fel. A könyv végére vajon bekerül?)

## Szintonicitás

A teknőcgeometria testszintonikus, mivel a saját mozgásunkra, testi tapasztalatainkra épít, valamint önszintonikus, mivel emóciókra épít. Ennek megértéséhez hasznos a Robot-játék és a robotokkal való játszódás. A Robot-játék vitathatatlanul a legsikeresebb ötletem. Amióta publikáltuk, a *Játszd el a teknőcot!* című és az ehhez kapcsolódó könyvekben [10], hazánkban elterjedt, és a különféle informatikai tantervekben is gyakran nevesített módszertani tananyagelem. A játék során a tanulók megszemélyesítik, eljátsszák a teknőc mozgását.



**B.2. ábra.** *Robot a tudományos-fantasztikus irodalomban*

A robot mint objektum komputerszintonikus is.

A *Játékos informatika* első – az alkalmazása során a számítógépet megelőző – eszköze a robot. Ehhez didaktikailag a legmegfelelőbb a padlóteknőc. A padlóteknőcök különféle változatainak championja (világbajnoka) a ROAMER.



**B.3. ábra.** *ROAMER padlóteknőc és a legújabb változatának irányítógombjai*

<http://www.valiant-technology.com>

[http://www.valiant-technology.com/uk/images/primary\\_kp.gif](http://www.valiant-technology.com/uk/images/primary_kp.gif)

Időnként vásárolhatók hasonló, értékes, programozható játékeszközök: autó, holdjáró, robot. Ezek egyike volt a Compurobot.



**B.4. ábra.** *Compurobot*

<http://s7.computerhistory.org/is/image/CHM/b1508.01bp-03-07?>

Az informatikai játékeszközök csúcsa pedig a Mindstorm LEGO-elem, amelynek legfejlettebb változata az NXT típusjelű. Ebből építhetünk olyan robotot, amely megtanítható a Rubik-kocka helyreforgatására. (Lásd a B.1. ábrát a *Rubik-hatás* című részben a 5. oldalon.)

## Intrinsic (a belső, lényegi) tulajdonságok kiemelése

A Logo-szerű gondolkodás az intrinsic tulajdonságokra összpontosít. Az intrinsic tulajdonságok megértéséhez nézzünk három példát. Rajzoljunk háromszöget, kört és ellipszist.

Miután megmutattuk valakinek, hogy a képernyőn a teknőc a térképészeti észak felé néz, és megértette a teknőc *előre lépj* és *fordulj* parancsokkal való mozgatását, ha megkérjük, hogy rajzoljon egy háromszöget (és nem adunk további instrukciókat), az esetek döntő többségében a megoldása ilyesféle lesz:



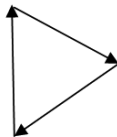
**B.5. ábra.** Gyakran rajzolt háromszög

Vagy legalábbis ilyet képzel el, ilyet próbál megrajzolni tanítványunk. Logóban az alaphelyzetből az észak felé néző teknőcöt először vízszintes irányba fordítja. Minek? Az alapoldal meghúzása után rendszerint jelentős gondot okoz neki, hogy mennyit is forduljon el a teknőc a vízszintes iránytól, majd mennyit lépjen ferde irányban, és végül a legnagyobb gond, hogyan találja el a kezdőpontot, hogyan zárja a háromszöget.

Lényegesen rövidebb, egyszerűbb (a Logót nem tanultak számára újszerű), a Logóban kézenfekvő megoldás:

ismételd 3-szor [menj oldalnyit, fordulj jobbra 120 fokot]

Mindenki belátja, robottal, teknőccel ez könnyebben kivitelezhető.



**B.6. ábra.** Háromszög a teknőc útjának nyomvonalaként

Az első változat a megszkott elrendezés. (Az iskolában, a tankönyvben ez volt a gyakoribb.) De a háromszögnek nem fontos jellemzője, nem kritériuma az, hogyan helyezkedik el, nem belső tulajdonsága, hogy vízszintes-e az egyik oldala vagy sem. A vízszintes elhelyezés, a különféle oldalhosszúságok (általában) nem belső, nem a háromszög lényegéből eredő tulajdonságok. A második megoldásunk a háromszögnek a meghatározó, lényegi, intrinsic tulajdonságait hordozza. A lényeg: három oldal. Semmi több!

Másik példánk a Logo-szerű gondolkodásra: a kör.

A kör rajzolásakor az, aki a geometriát csak papírral-ceruzával tanulta, rendszerint odaképzeli, gyakran odarajzolja a középpontot. A kör sokak számára a körzővel megrajzolható, a középponttól adott távolságra levő pontok összessége. Ez igaz, de a körvonal megrajzolható a középpont nélkül is. (Szabadkézi rajzolásnál nem is arra alapozunk, hanem inkább a következő teknőcgeometriai, intrinsic tulajdonságra.) A körvonal egyenletesen görbül, görbülete állandó. Ez a lényegi, a belső tulajdonsága. Ennek következménye, hogy – egy pont körül körbejárva – önmagába záródik. Köröző mozgás létrehozható például úgy, hogy egy ponthoz  $r$  hosszúságú kötelet kötünk ki, de a mozgó tárgy sebességirányát más módon is változtathatjuk folytonosan, egyenletesen, például gépkocsinál a kormánykerék elfordításával. A köröző tárgy, a gépkocsi, a teknőc, egy fizikai pont önmagában, külső kényszer nélkül is tud körpályán haladni. (Ez még a sínrel való vezetésre is igaznak vehető. A körpályán futó vasút kényszere a sín, de annak mindenkor egy pontja, a kerékkel érintkező – tehát a vizsgált rendszer határán levő – pontja, amely így a rendszerhez is tartozik.)

A teknőcgeometriában célszerűen a kör olyan görbe vonal, amely megrajzolásakor a teknőc folytonosan állandó mértékben elfordítva tartja a „kormánykerékét”. Az Elica programban használhatunk kisautóteknőcöt is. Az autó folyamatosan fordulva nem saját tengelye körül forog, mint a teknőc, hanem körpályán halad.

Harmadik példánk a belső tulajdonságok előtérbe helyezésére az ellipszis rajzolása. Ellipszis rajzolásakor az átlagember csak másolja a memóriájában megőrzött alakzatot, annak semmilyen belső (vagy külső) tulajdonságát nem hasznosítva. Teknőcgeometriában gondolkodva – ahogy látni fogjuk – ez az alkotás is tudatosabb lehet, ha az ellipszis lényegi tulajdonságára, görbületének egyenletesen növekvő változtatására gondolunk.

## Objektumorientált

Az objektum információkat tárol, és feladatokat hajt végre. Informatikusok azt mondják, hogy adatok és műveletek összessége. Mivel szemléltethetnénk egy objektumot a képernyőn jobban, mint egy képernyőteknőccel, azzal a gondolati fogóddzóval, azzal a játékos virtuális lényvel, amelyet tulajdonságokkal láthatunk el, és műveletek elvégzésére taníthatunk? A teknőcre jelmez helyezhetünk, animálhatjuk (mozgóvá tesszük), az egyes eseményekhez (megnyomjuk az egér gombját, a teknőc valamilyen színű mezőre ér, összeütközik egy másik teknőccel stb.) viselkedési szabályokat (rules) rendelhetünk. Könnyebben értelmezhető, hogy egy teknőc „viselkedik, mozog, dönt, tanul, adatokat megjegyez, felveszi egy másik objektum/teknőc koordinátaértékét”, mint hogy egy matematikai változó „kommunikál”. Míg az objektumorientált fogalom megértése egyetemen sem könnyű, a Logóval gimnáziumban is játékosan egyszerű.

## Gondolkodási mód

A számítógépről bizton állítjuk, hogy ma már nélkülözhetetlen eszköze az önálló tanulásnak. Nemcsak az információk keresésében, rendezésében hasznos, de talán még nagyobb értéke, hogy kísérleti eszköz a diák kezében, hogy a gondolkodásfejlesztés taneszköze, a gondolati kísérletek laboratóriuma. A „gyermekkorunk fogaskerek”, a paperti differenciálmű (gondolati fogóddzó, asszociációs alap) ezernyi fajtáját testesíti meg.

A tanulás – főként az önálló tanulás – új lehetőségeit nyújtja. Papert tényként álltja, hogy

...a gyerekek mesteri módon képesek elsajátítani a komputer használatát, és ez a tudásuk megváltoztatja minden más irányú tanulásukat. [2]

A számítógépet a tanulásban használni – mi főként ezért tartjuk fontosnak. A számítógép azon túl vagy talán az előtt, hogy az információk megszerzésének, rendszerezésének az eszköze, hogy szórakoztató játékeszköz, azért nélkülözhetetlen az oktatásban, mert gondolatkísérletek laboratóriuma. Láthatjuk ezt a következő fejezetek példáiból.

A könyvben az általunk bemutatott görbék előállítására nemcsak esztétikai élményt jelenthet, de a matematikával-számítógéppel való gondolkodásfejlesztés talán figyelemre méltó példája, a számítógép célszerű felhasználásának egyik módja lehet a matematika-fizika oktatásban, valamint a programozástanulásnak is egyik lehetséges eszköze.

Ha a különféle görbéket teknőcök mozgásával, animálásával hozzuk létre, az összefüggéseket, az ismereteket magunk fedezhetjük fel. A megértés és az emlékezés annál hatékonyabb, minél ősbib ingerekhez kapcsolódik. A teknőcgeometria egyrészt a vizualitás felhasználásával, a mozgóképi hatásával és talán még hatékonyabban a mozgásélményekhez való kapcsolással lehet sikeres. A testszintónia – az a lehetőség, hogy a rajzolás folyamatának egyes lépéseit saját testünk mozgásához kapcsolhatjuk – igen jelentősen segít az algoritmusok megértésében. A sokszögek, a kör és a többi alakzat rajzolásának paperti algoritmusai, a mozgások, amelyek a diákok által is végrehajthatók, átélhetők. Általános konszenzust látunk abban is, hogy valamennyi matematikai görbe könnyebben, tartósabban megérthető a teknőcgeometria felhasználásával. Újszerű állításunk pedig az, hogy a különlegesebb (hagyományos eszközökkel nehezebben generálható) görbék még érthetőbbek, még barátságosabbak, ha egyszerű teknőcmozgások szuperpozíciójával állítjuk elő őket, ha a görbék ontológiáját, származtatását mutatjuk be.



A példák többségében a görbétet intrinsic módon, a teknőc szemszögéből, relatív koordináta-rendszert használva szemléljük, így a görbék belső, lényegi tulajdonságaira irányítjuk a figyelmet.

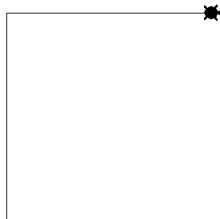
További jelentős didaktikai előnye az igazi teknőcgeometriának, hogy a görbét leíró, generáló függvény paraméterei, az utasításparaméterek, az összetevő mozgást végző teknőcök egyes tulajdonságainak feleltethetők meg, így a görbék transzformációi, a szintonicitás segítségével, könnyebben megvalósíthatók, vizsgálhatók és érthetők. A függvényanalízist tesszük játékosabbá, élvezetesebbé.

Ha mindehhez objektumorientált programot használunk, a szerkesztés (a felhasznált program használatának) könnyedsége révén az aktuális működtetés kevésbé vonja el a figyelmet a lényegtől, és ugyanakkor célszerű gondolkodási módot, programozási alapkészségeket alakítunk ki.

## Az iteráció is teljes értékű megoldás

Ugyancsak tanulságos, ha derékszögű, egyenlő szárú háromszög rajzolására kérünk valakit. Ha még azt is hozzátesszük, hogy induljon a teknőccel felfelé, a derékszögnél pedig forduljon jobbra, a két egymásra merőleges befogó megrajzolása könnyű lesz:

menj 55 jobbra 90 menj 55



**B.7. ábra.** *Lépés, fordulás, lépés*

A teknőc következő fordulatának szükséges mértékét (jobbra  $90 + 45 = 135$  fok) általában ugyancsak kitalálják. Az átlót meghúzatni a teknőccel azonban a Pitagorasz-tétel alkalmazása nélkül már csak próbálgatással lehet. Fontosnak tartom felhívni a diákok figyelmét arra, hogy a próbálgatás, az iterálás teljes értékű megoldási mód, sőt a számítógép alkalmazásakor egyre gyakoribb, és sokszor ez a leggyorsabb, leggazdaságosabb (az egzakt megoldási algoritmusok megkeresése és alkalmazása helyett.) Ha a teknőc keveset lépne, tovább vezethetjük, ha túlszaladt, radírt adva a kezébe visszafelé mozgatjuk. A kívánt érték (négyzetgyök kettőszer a befogó hossza) célszerű (például kétirányú) közelítéssel hamar megtalálható.

Hasonlóan (először) iterálással keressük meg a 8.2.4. fejezetben a tetraéder rajzolásakor szükséges vertikális síktól való elhajlás mértékét.

## **Miért éppen a Logo legyen az általánosan tanított programnyelv?**

Az eddig sorolt Logo-előnyöket bizonyára sokan látják, elismerik. Jogos azonban a kérdés, hogy más programnyelveknél nem tapasztalhatók-e ezek az előnyök. A Logo volna didaktikailag a legjobb?

Temérdek pszichológiai összehasonlító vizsgálatot végeztek erről a világban. Hazánkban az elsők között Borosné dr. Gárdos Éva [11]. Akkor még az oktatásban a BASIC nyelv volt a favorit. Íme egy pszichológus véleménye a BASIC nyelvről:

A BASIC a FORTRAN speciális helyettesítésére készült, főként olyan tanulók, tudósok, mérnökök számára, akiknek bizonyos ismétlődő, komplex számítási eljárások kiértékelésére van szükségük. [...] A matematika vagy más tudományok tanulása során megértett algoritmusokat át tudják írni BASIC programmá. De mi van azokkal, akik nem értették meg a matematikai vagy más tudományos algoritmusokat? Mi van azokkal a gyerekekkel és felnőttekkel, akik nem numerikus feladatok megoldására akarják használni a komputert?

## Miért éppen a Logo legyen az általánosan tanított programnyelv?

Pszichológiai méréseit BASIC nyelvet, Logo nyelvet és számítástechnikát nem tanuló, szokványos oktatásban részt vevő és csökkent hallású gyermekek csoportjaiban végezte el. A mérési eredményeiből ezeket a következtetéseket vonta le:

A programozási nyelvek oktatása pozitív hatással lehet a vizsgált gondolkodási kategóriák fejlődésére, az analitikai képesség javulása egyértelmű. [...] Minimális pozitív változást tapasztaltunk a kompetencia változásban, mindkét csoportban. (BASIC és Logo nyelvet tanuló szakkörökről van szó.) Értékelhető pozitív irányú változás, fejlődés volt rögzíthető az önbizalom vonatkozásában (minimális mértékben a LOGO javára), kismértékben csökken a feladatszorongás, a hazugságra való hajlandóság. Alapvető változások figyelhetők meg a kreativitásban, a LOGO-t tanuló gyermekek figurális összkreativitása jelentős, mintegy 30–35%-os mértékben nő.

Saját vizsgálataink [12] ezeket a megállapításokat erősítették. Bizonyítottuk, hogy a *Játékos informatika* bevált tananyagrendszer és tanítási mód, amely a számítógép és az információtechnika káros hatásait távol tartja a gyerekektől, és annak pozitív hatásait dominánssá tudja tenni. A mérések lényegi megállapításai közül itt csak egyet emelünk ki: A Sakamoto–Farkas-teszt alapján történt felmérésben a kísérleti elsős JIO-évfolyam minden szempontból élen jár, és minden szempontból szignifikánsan különbözik a kontrolltól.

Papert gondolatainak legkeményebb bírálatát, néhány tézisének megkérdőjelezését Theodore Roszak művében [13] olvastam. Ő, a legkevésbé lelkesedő gondolkodó is így ír a Logóról: „Fenntartásaim ellenére nem szavaznék az ellen, hogy a Logót használjuk a programozás alapjainak oktatásában.”

